

Ìṣedògba yíyàtò onígboṣoṣo ìpele èkíní (Differential equation)

1 Àlàyé ìṣedògba yíyàtò

Àlàyé

Ìṣedògba yíyàtò ni ìṣedògba ti ojútùú rẹ̀ jẹ́ isé, tí àwọn àtupalẹ̀ rẹ̀ sí wà nínú ìṣedògba náà.

Àpeere

a) Ìṣedògba $f'(t) = 5$ jẹ́ ìṣedògba yíyàtò ti f jẹ́ àìmò, a tún lè kọ́ bá yíi:

$$y' = 5$$

b) Ìṣedògba $y' = 2t^2 - 3$ tún jẹ́ ìṣedògba yíyàtò abájáde jẹ́ isé y tí àtupalẹ̀ rẹ̀ $2t^2 + 3$

2 Ìṣedògba yíyàtò irú $y' = f$

Àlàyé : Nígba tí a bá ròronuwòye isé f tí a ṣàlàyé nínú ìkókó I , isé g jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = f$ nígbà tí $g'(t) = f(t)$ nìkan.

Àbùdá :

Nígba tí a bá sọ pé F jẹ́ orisun f , èyí tùmò sí pé F jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = f$

3 Ìṣedògba yíyàtò irú $y' = ay$

Àbùdá :

Àwọn ojútùú ìṣedògba $y' = ay$ $a \in \mathbb{R}$ ni àwọn isé tí ìrísí wọn jẹ́ $t \rightarrow Ce^{at}$ tí C jẹ́ aláìṣeyípadà èyíkeyí

Déìṣàfihàn :

- Nígba tí a bá ròronuwòye isé f tí a ṣàlàyé sọrí \mathbb{R} pèlú $f(t) = Ce^{at}$

$$f'(t) = Ca e^{at} = af(t)$$

$$f'(t) = af(t)$$

f jẹ́ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$

- Jíjùmò:

Nígbà tí f jẹ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$, tí ìṣe g jẹ ìṣe tí a ṣàlàyé sọrí R pèlú

$$g(t) = Ce^{-at} * f(t)$$

Nígbà tí ìṣe g jẹ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$

$$f'(t) = af(t)$$

Nígbà yẹn

$$\begin{aligned} g'(t) &= -ae^{-at} * f(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= -e^{-at} * af(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= -e^{-at} * f'(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Èyí tó tùmò sí g jẹ ìṣe aláìṣeyípadà

Nígbà tí $e^{-at} * f(t) = C$ èyí tó tùmò sí

$$f(t) = C \times 1 / e^{-at} = Ce^{at}$$

Àlákàlè : Ìyànju ìṣedògba yíyàtò $y' = ay$

Nígbà tí e bá rònúwòye ìṣedògba yíyàtò $3y' + 5y = 0$

- È ṣàwàrí àwọn irúfẹ́ ìrísí àwọn ojútùú ìṣedògba
- È ṣàwàrí àwọn ilà mélòò kan tó jẹ ojútùú ìṣe pèlú èrò ìṣirò tàbí ètòlèsèesè
- È ṣàwàrí ojútùú eyọ kan tí $f(1) = 2$

Ojútùú : ?

Àbùdá :

Nígbà tí f àti g bá jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò ìṣedògba yíyàtò $y' = ay$, èyí tùmò sí pé àwọn $f + g$ àti kf $k \in R$ jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò.

Déìṣàfihàn:

$$\begin{aligned} (f + g)'' &= f'' + g'' = af + ag = a(f + g) \\ -(kf)'' &= kf'' = k \times af = a(kf) \end{aligned}$$

Àbùdá :

Ìṣe $t \rightarrow -b/a$ jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú

àkànṣe aláìṣeyípadà.

4 Ìṣedògba yíyàtò irúfẹ́ $y' = ay + b$

Àbùdá :

Ìṣẹ́ $t \rightarrow -b/a$ jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú àkànṣe aláìṣeyípadà.

Àbùdá :

Ìṣẹ́ $t \rightarrow -b/a$ jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú àkànṣe aláìṣeyípadà.

Déìṣàfihàn :

Àgbékalẹ́ $g(t) = -b/a$, iyeṅ $g'(t) = 0$ àmọ́ $ag(t) + b = a(-b/a) + b = -b + b = 0 = g'(t)$

Nítorí náà $g'(t) = ag(t) + b$

Àbùdá : Àwọn ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ni àwọn isẹ́

tí wón ní

ìrísí $t \mapsto C e^{at} - b/a$

Ìṣẹ́ àdàṣe

Àlákálẹ́ : Ìyànju ìṣedògba yíyàtò irú $y' = ay + b$

Nígba tí ẹ́ bá ròronuwòye ìṣedògba yíyàtò (E) $2y' - y = 3$

- È ṣàwàrí ojútùú àkànṣe ti ìṣedògba yíyàtò (E)
- È ṣàwàrí ìrísí àwọn gbogbo ojútùú ti ìṣedògba yíyàtò $y' = 1/2y$
- È ṣàfihàn ìrísí àwọn ojútùú ìṣedògba (E)
- È ṣàwàrí ojútùú ẹyọ kan isẹ́ f nígbà tí $f(0) = -1$